

# Ultrakalte Atome in optischen Gittern

Seminarvortrag

Matthias Küster



# Gliederung

- Motivation
- Beschreibung des Potentials optischer Gitter
- Tight-binding-Modell
- „Bloch“-Experiment
- Ausblick

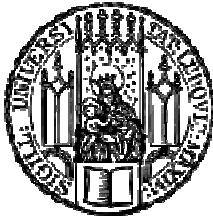


# Motivation

- Möglichkeit der experimentellen Positionierung von ultrakalten Atomen und Atompaaren in optischen Gittern mittels magnetischer Fallen.
- Optisches Gitter stellt periodisches Potential dar  
→ Simulation eines Festkörpers, mit dem Vorteil, dass Potentialtiefe und Gitterabstand über einen weiten Parameterbereich zu variieren sind



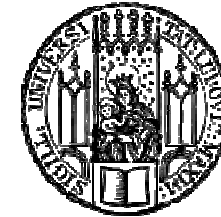
*Immanuel F. Bloch*



*Markus Greiner*



*Theodor Hänsch*



- Großer Erfolg: Experimentelle Verifizierung des Phasenübergangs von Suprafluid zu Mott-Isolator 2002
- Simulation von Modell-Hamilton-Operatoren



# Theoretische Beschreibung des Gitterpotentials

- Betrachten Atom im Grundzustand im externen zeitlich veränderlichen elektrischen Feld  $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$
- Mittleres Dipolmoment im linearen Fall:

$$\langle \mathbf{d} \rangle = \alpha \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$$

$$\mathbf{d} = -e \sum_j \mathbf{r}_j$$

- Dipolnäherung:  $H' = -\mathbf{d} \cdot \mathcal{E}(t)$



- Zeitlich gemittelte Energieverschiebung des Grundzustandes:

$$\Delta E = -\frac{1}{2}\alpha\langle\boldsymbol{\mathcal{E}}(t)^2\rangle_t$$

- Bestimmung von  $\alpha$  mittels Entwicklung der Wellenfunktion nach den Lösungen des ungestörten Systems und Anwendung von zeitabhängiger Störungstheorie
- Potential eines Atoms im Grundzustand:

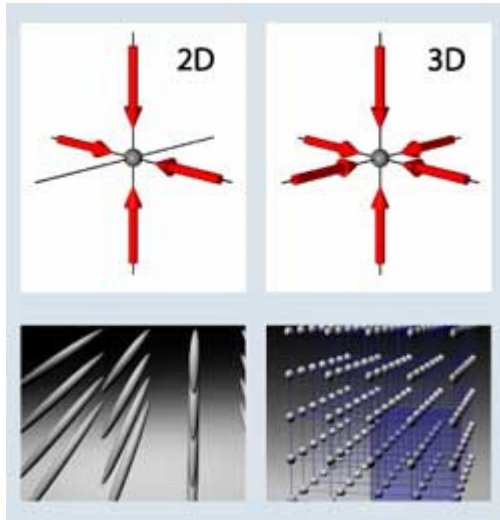
$$V = -\frac{1}{2}\alpha'\langle\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t)^2\rangle_t$$



- Herstellung eines 1D-Gitters mittels Überlagerung zweier linear polarisierter Laserstrahlen gleicher Frequenz.

$$\mathcal{E}(x, t) = \mathcal{E}_0 \cos(kx - \omega t) + \mathcal{E}_0 \cos(-kx - \omega t)$$

- Man erhält  $V = V_0 \cos(2kx) + \text{Offset}$  ,  
für den Gitterabstand gilt  $d = \lambda/2$
- Höhere Dimensionen: Überlagerung weiterer Strahlenpaare



*Erzeugung eines quadratischen (links) bzw. kubischen (rechts) optischen Gitters*

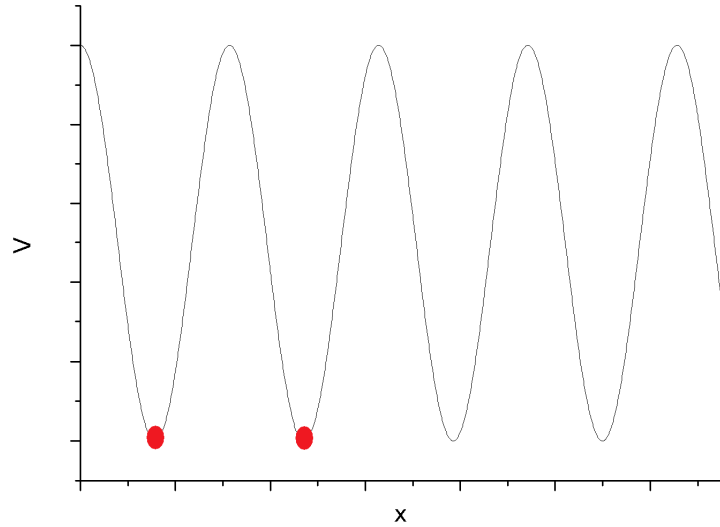
*Quelle: Johannes Gutenberg Universität Mainz*

- Für das kubisch einfache Gitter erhält man somit

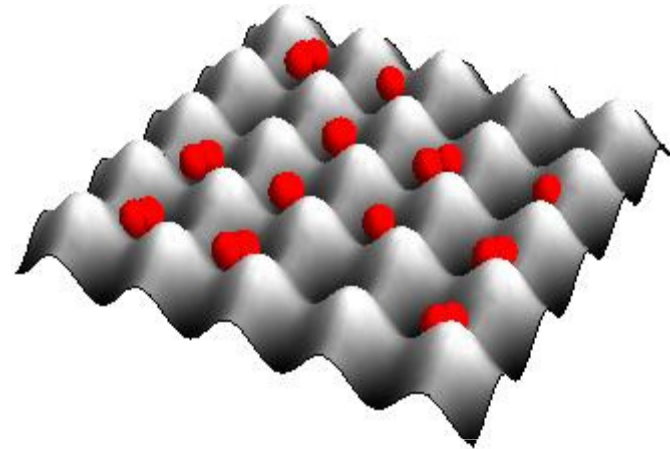
$$V = V_0 (\cos(2kx) + \cos(2ky) + \cos(2kz))$$



# Graphische Veranschaulichung



*Potential in 1D*



*Potential in 2D*

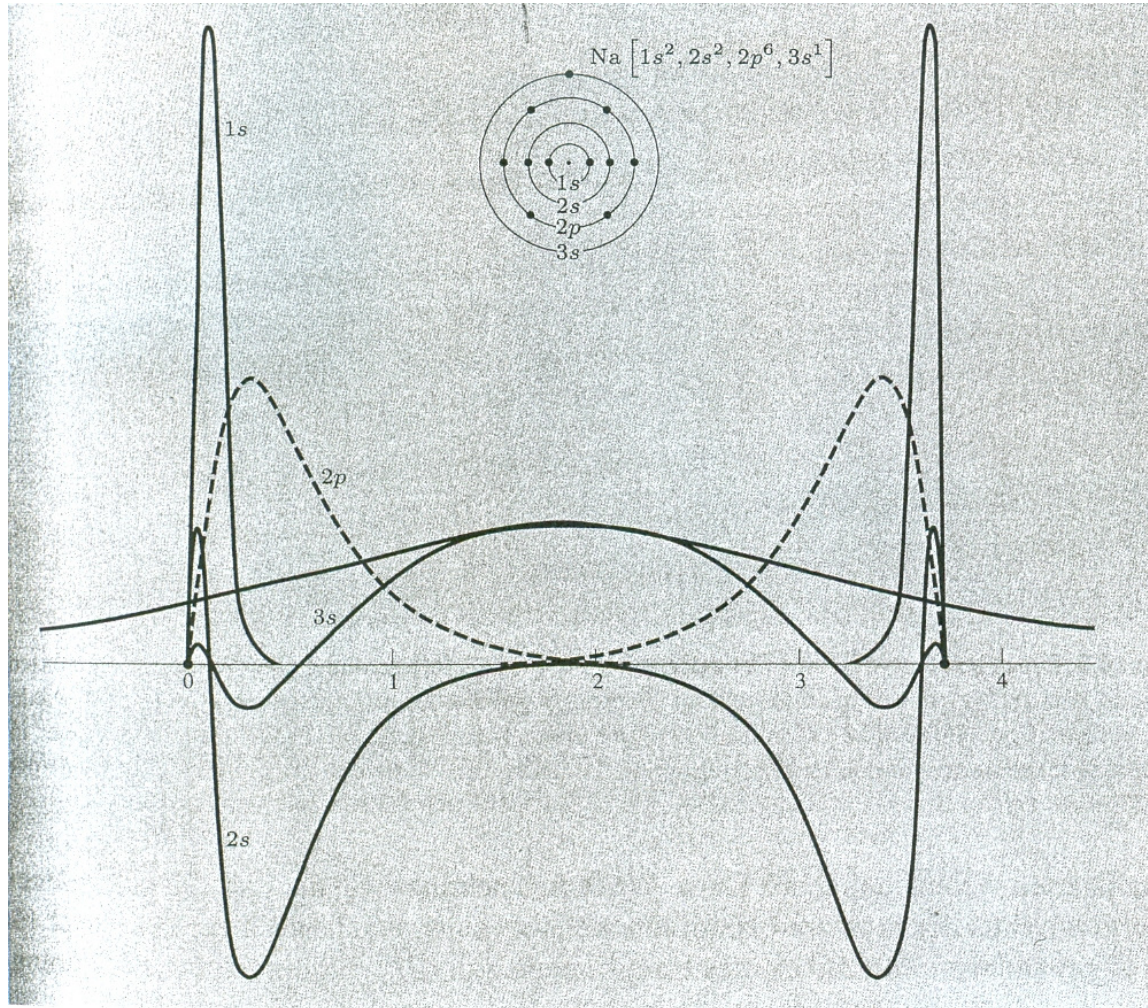
*Die roten Punkte stellen Atome, welche einige Gitterplätze besetzen, dar*

Die Minima im Potential sind die Gitterpunkte  
des optischen Gitters

# Tight-binding Modell

- Gegeben ist ein periodisches Potential  
 $V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r} + \mathbf{R})$
- Die betrachteten Teilchen in  $V(\mathbf{r})$  sind sehr stark an die einzelnen Gitterpunkte gebunden, die WW der Teilchen untereinander wird vernachlässigt
- Voraussetzung für das Modell: Der Überlapp der Wellenfunktionen der Eigenzustände benachbarter Gitterpunkte ist klein





*Überlapp der atomaren Wellenfunktionen zweier benachbarter Natriumatome im Abstand von 3,7 Å.*

*Quelle: N. W. Ashcroft, D. N. Mermin, Festkörperphysik*



- Lösungsansatz: Man geht davon aus, dass die SG für einen einzigen Gitterpunkt gelöst ist. Das Potential  $\Delta U$  aller anderen Gitterpunkte auf das Teilchen im Gitterpunkt  $r = 0$  wird als Störung aufgefasst

$$\rightarrow H = H_{at} + \Delta U$$

$$\text{mit } H_{at}\psi_n = E_n\psi_n$$

- Die Gesamtwellenfunktion ergibt sich unter Berücksichtigung des Bloch-Theorems zu

$$\psi_{n,\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{R}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} \psi_n(\mathbf{r} - \mathbf{R})$$





- Berücksichtigt man in der Entwicklung allein den Grundzustand und nimmt nur nächste-Nachbar-Wechselwirkung an, so erhält man in guter Näherung für die Energie des Systems

$$\epsilon(\mathbf{k}) = \epsilon'_0 - \sum_{n.N} J(\mathbf{R}) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{R})$$

mit  $J(\mathbf{R}) = - \int d\mathbf{r} \psi_0^*(\mathbf{r}) \Delta U(\mathbf{r}) \psi_0(\mathbf{r} - \mathbf{R})$

- Für ein kubisch einfaches 3D-Gitter gilt damit

$$\epsilon(\mathbf{k}) = \epsilon'_0 - 2J(\cos(k_x a) + \cos(k_y a) + \cos(k_z a))$$



# Bloch-Experiment

## Vorüberlegungen

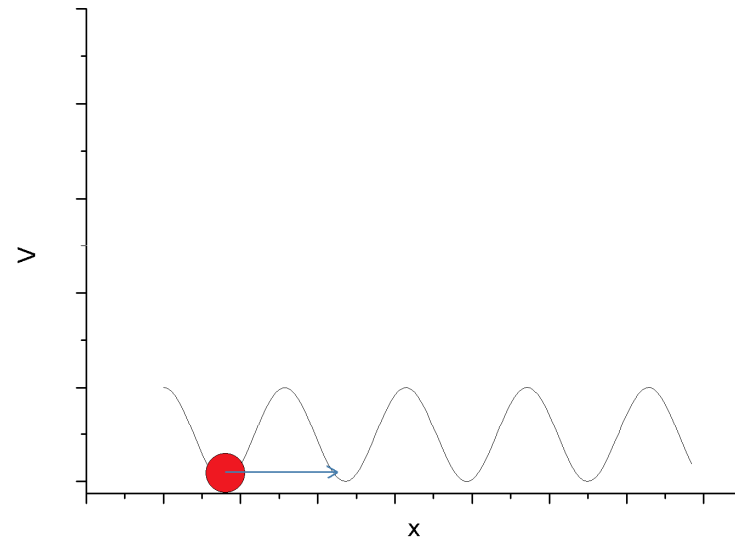
- Man betrachtet ein ultrakaltes bosonisches Gas bestehend aus N Atomen im optischen Gitter
- Ziel: Beobachtung des Phasenübergangs vom Suprafluid zum Mott-Isolator
- Hamilton-Operator im Hubbard-Modell:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (a_i^\dagger a_j) + \frac{U}{2} \sum_j n_j(n_j - 1) + \sum_j \epsilon_j n_j$$



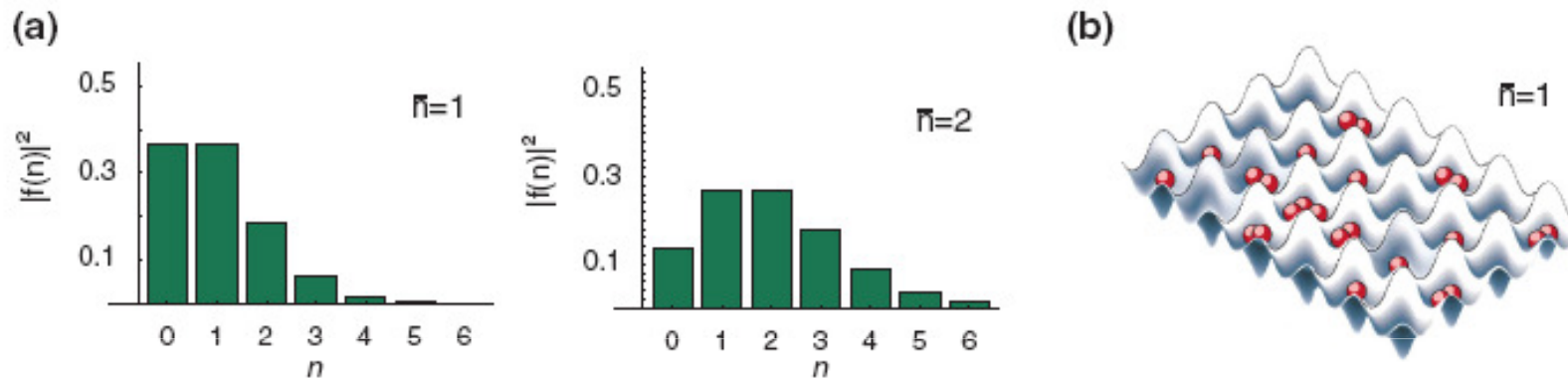
## (i) Suprafluid: $J \gg U$

Hohe Tunnelwahrscheinlichkeit, die Potentialbarrieren sind also niedrig



Die WW  $U$  kann im Hamilton-Operator vernachlässigt werden

Alle Bosonen besetzen denselben Zustand, der durch eine delokalisierte Wellenfunktion beschrieben wird  $\rightarrow$  Bose-Einstein-Kondensat



(l,m) Poisson-Statistik für die Teilchenzahl pro Gitterpunkt für  $\bar{n} = 1, 2$   
(r) Graphische Veranschaulichung der Gitterplatzbesetzung

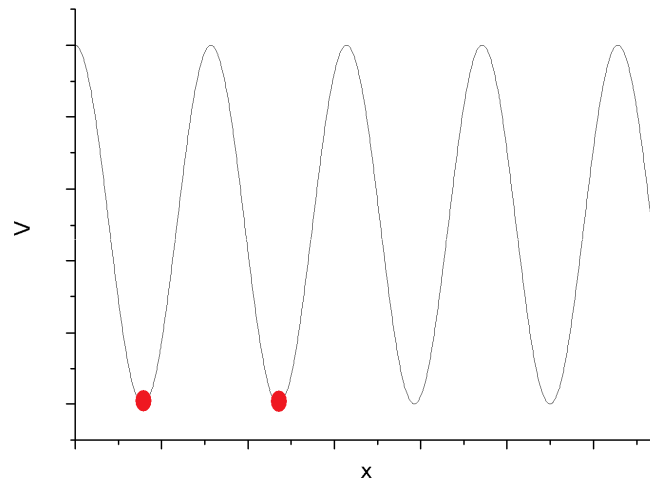
Quelle: Dissertation, M.Greiner 2002

Die Phase ist an jedem Gitterplatz die gleiche, sodass Phasenkohärenz vorliegt



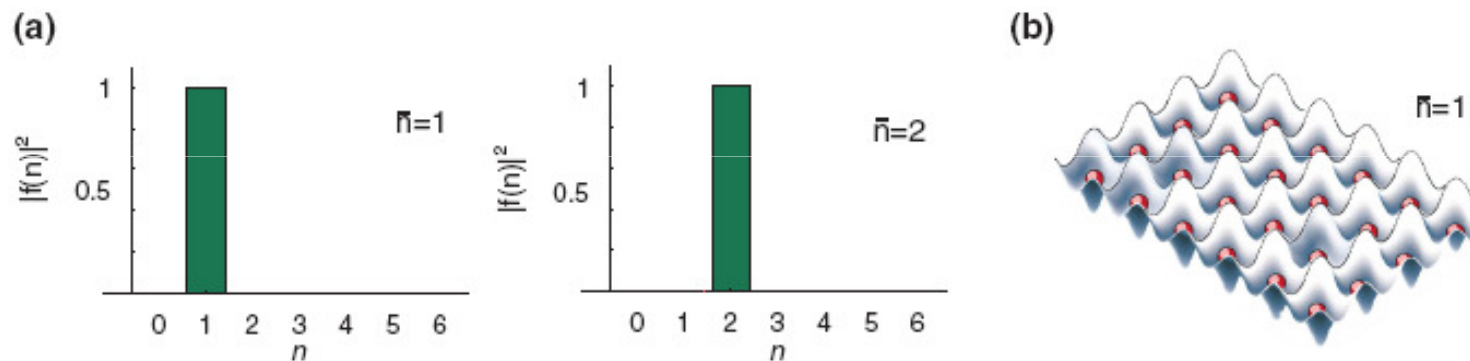
## (ii) Mott-Isolator $J \ll U$

Geringe Tunnelwahrscheinlichkeit, die Potentialbarrieren sind also hoch



Die Bosonen verteilen sich wegen der repulsiven WW gleichmäßig auf die Gitterplätze

Alle Bosonen werden durch eine lokalisierte Wellenfunktion beschrieben. Die Gitterplätze sind nicht mehr durch die Wellenfunktion miteinander gekoppelt, die Phasenkohärenz der suprafluiden Phase geht verloren



*(l,m) Statistik für die Teilchenzahl pro Gitterpunkt für  $\bar{n} = 1, 2$*

*(r) Graphische Veranschaulichung der Gitterplatzbesetzung*

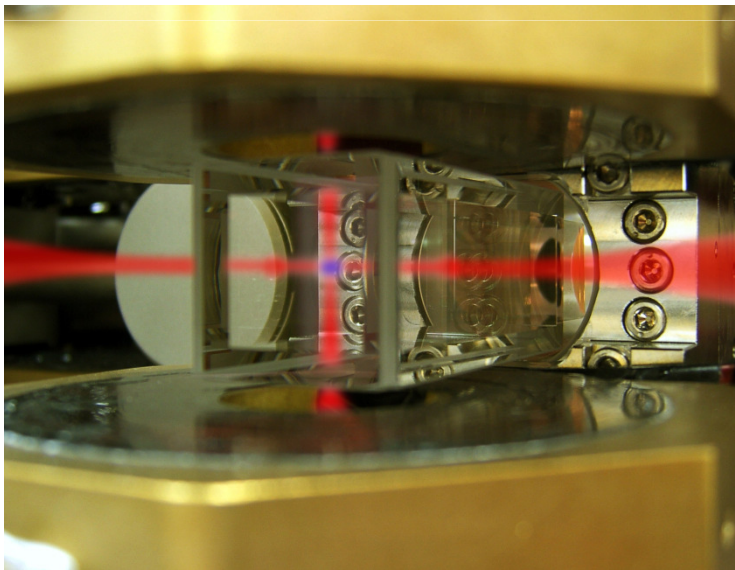
Quelle: Dissertation, M.Greiner 2002

## Folgerungen

- Die Unmöglichkeit der gleichzeitigen Kenntnis von Phase und Teilchenzahl am Gitterpunkt ermöglicht die Messung des Übergangs
- Das Verhältnis  $U / J$  bestimmt, in welcher Phase sich das System befindet.
- Durch die Erhöhung des Potentials wird die Tunnelwahrscheinlichkeit verringert und die Wechselwirkung  $U$  erhöht, da ein erhöhtes Potential zu einer stärkeren Konzentration der lokalisierten Wellenfunktionen führt.

# Das Experiment

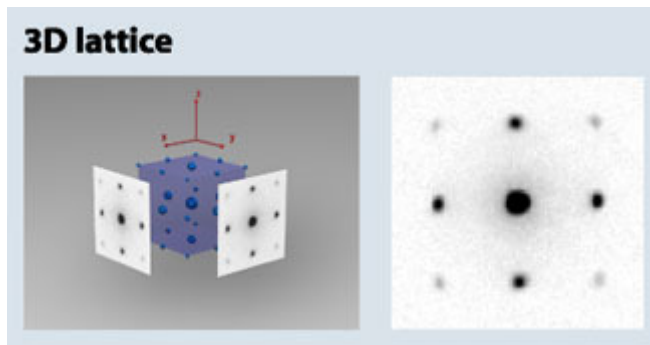
- Das ultrakalte Bosegas ist durch Rb-87 gegeben.
- Abkühlung der Atome durch magnetische Fallen
- Optisches 3D-Gitter generiert durch Laser einer Wellenlänge von 852 nm (Wichtig:  $\lambda \neq \lambda_{\text{res}} \approx 800 \text{ nm}$ )



*Vakuumpzelle in einer magnetischen Falle*

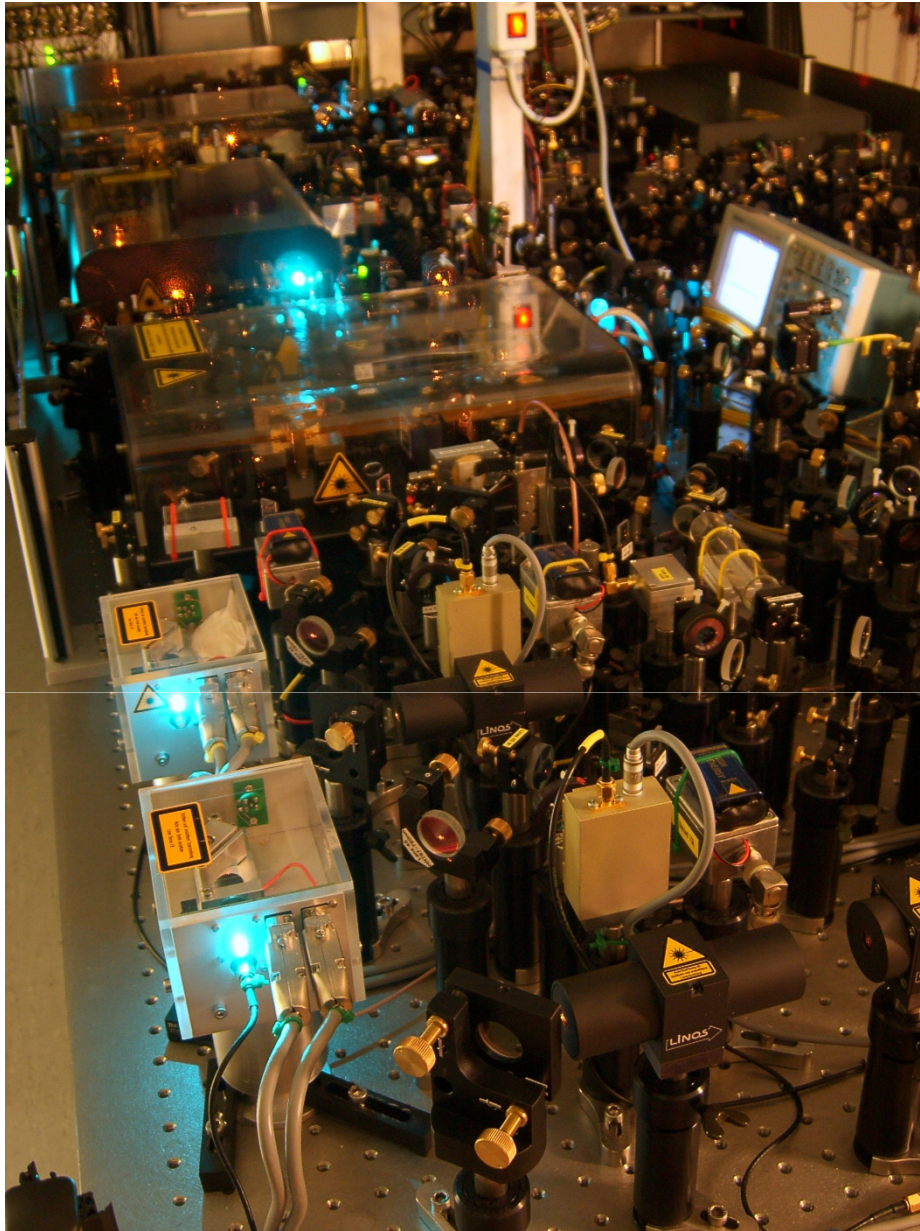
*Quelle: Johannes Gutenberg Universität Mainz*

- Potential:  $V = V_0 (\cos(2kx) + \cos(2ky) + \cos(2kz))$   
 $V_0$  stellt die Potentialtiefe dar und wird in Einheiten der Rückstoßenergie  $E_r$  gemessen
- Vorgehensweise:
  - Hochfahren des Potentials  $V_0$
  - Ausschalten der magnetischen Falle und Aufnahme des Interferenzbildes der Impulsverteilung



Quelle: Johannes Gutenberg Universität Mainz

- Wiederholung des Vorgangs bei größerem Potential

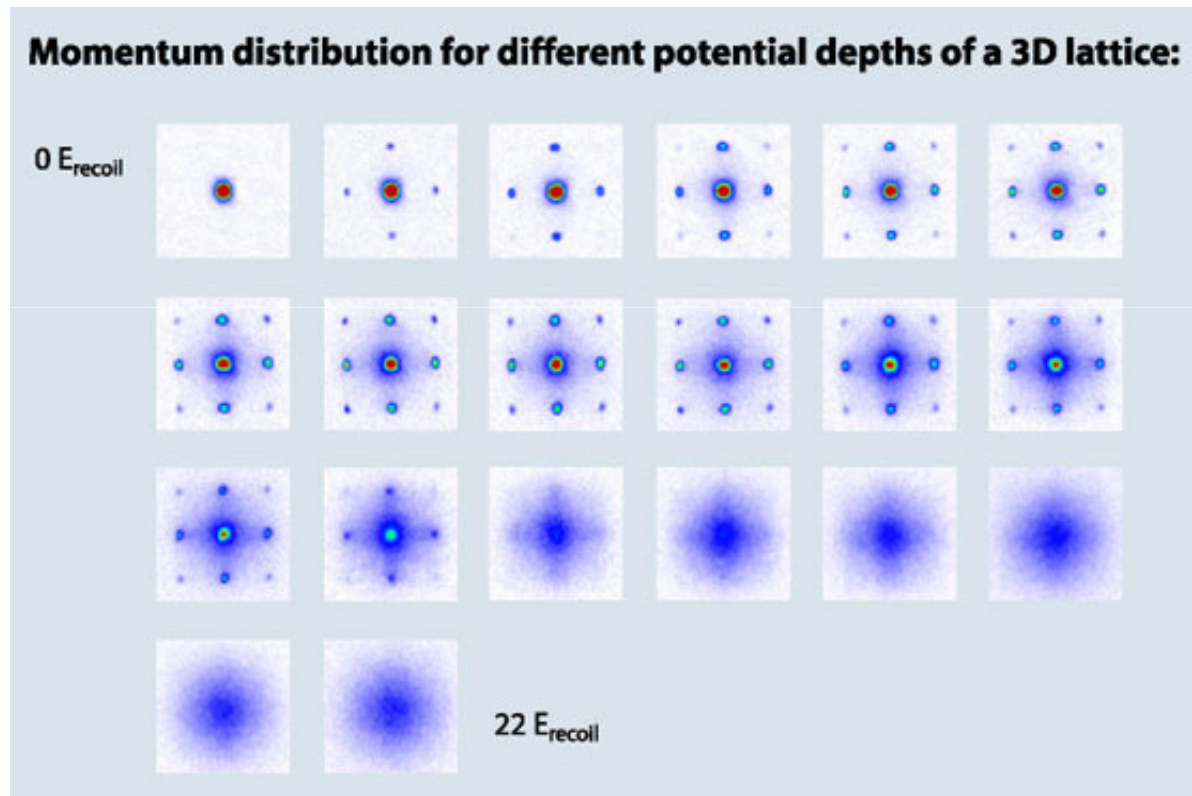


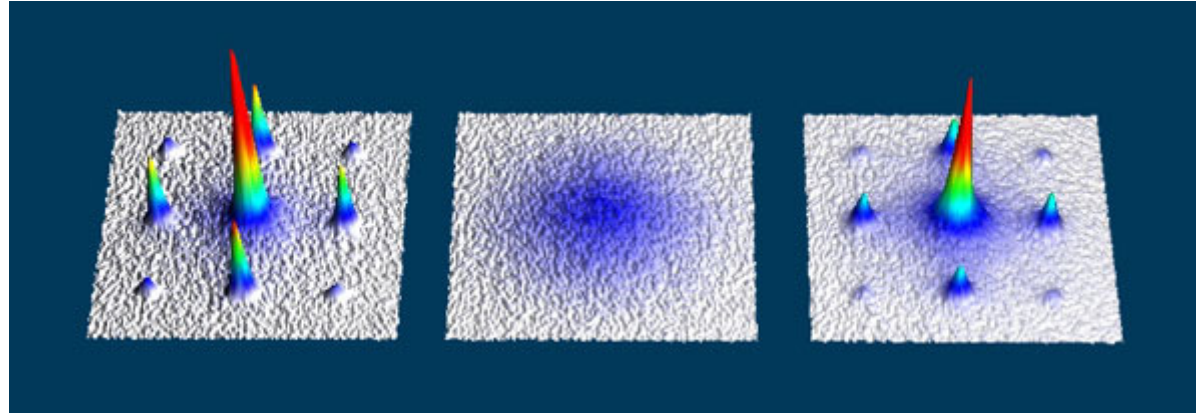
*Versuchsaufbau*  
*Quelle: Johannes Gutenberg*  
*Universität Mainz*



# Interferenzbilder der Impulsverteilungen

Quelle der Bilder:  
Johannes Gutenberg Universität Mainz





*Suprafluid mit Kohärenz, Mott-Isolator ohne Kohärenz und Suprafluid nach Wiederherstellung der Kohärenz*    *Quelle: Johannes Gutenberg Universität Mainz*



Es lässt sich ein quantenmechanischer  
Phasenübergang makroskopisch sichtbar machen.  
Der Übergang tritt bei ungefähr 12-13  $E_r$  ein.



# Ausblick

- Veränderung des WW-Potentials im Bose-Hubbard-Modell, zum Beispiel Ausweitung auf nächste-Nachbar-WW oder Berücksichtigung von Spin-WW
- Experimentelle Betrachtung von Fermionen in optischen Gittern
  - Attraktiver Fall: Simulation der BCS-Theorie
  - Repulsiver Fall: Beschreibung von antiferromagnetischen Supraleitern

# Weitere Anwendungen in den Gebieten

- Atom- und Molekülphysik
- Quanteninformation
- Quantencomputer



Vielen Dank für die  
Aufmerksamkeit



# Literatur

- C. J. Pethick, H. Smith. Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases. Second Edition. *Cambridge University Press, 2008*
- N. W. Ashcroft, D. N. Mermin. Festkörperphysik. *Oldenbourg Verlag München, 2007*
- Markus Greiner. Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials. *Dissertation in the Physics department of the Ludwig-Maximilians-Universität München München, 2003*
- <http://www.quantum.physik.uni-mainz.de/de/index.html>
- F. Ahles, S. Weiß. Mott-Isolator-Übergang. *Seminar: Makroskopische Quantenphänomene*
- D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, P. Zoller. Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices. *PRL, 1998*

